Prof. Dr. Alfred Toth

Quaternionäre Dualsysteme

1. Jedes Quaternion kann eindeutig in der allgemeinen Form

$x_0 + x_1 i + x_2 j + x_3 k$

notiert werden. In Toth (2009b) wurde daher vorgeschlagen, das abstrakte Schema einer voll-parametrisierten 3-dimensionalen triadischen Zeichenrelation

3*-ZR = (±a.±3.±b ±c.±2.±d ±e.±1.±f)

als semiotisches Quaternion einzuführen. Wie bereits in Toth (2009a) gezeigt worden war, sind in der nicht-parametrischen Zeichenrelation

3-ZR = (a.3.b c.2.d e.1.f)

a, b, c ∈ {1., 2., 3.} die semiotischen Dimensionszahlen des Stiebingschen Zeichenkubus (Stiebing 1978, S. 77), 3, 2, 1 die triadischen Hauptwerte und b, d, f ∈ {.1, .2, .3} die trichotomischen Stellenwerte. Falls zudem die semiotische inklusive Ordnung (b ≤ d ≤ f) erfüllt ist, ist 3-ZR eine 3-dimensionale Zeichenklasse und

3-ZR° = (f.1.e d.2.c b.3.a)

ihre zugehörige duale Realitätsthematik.

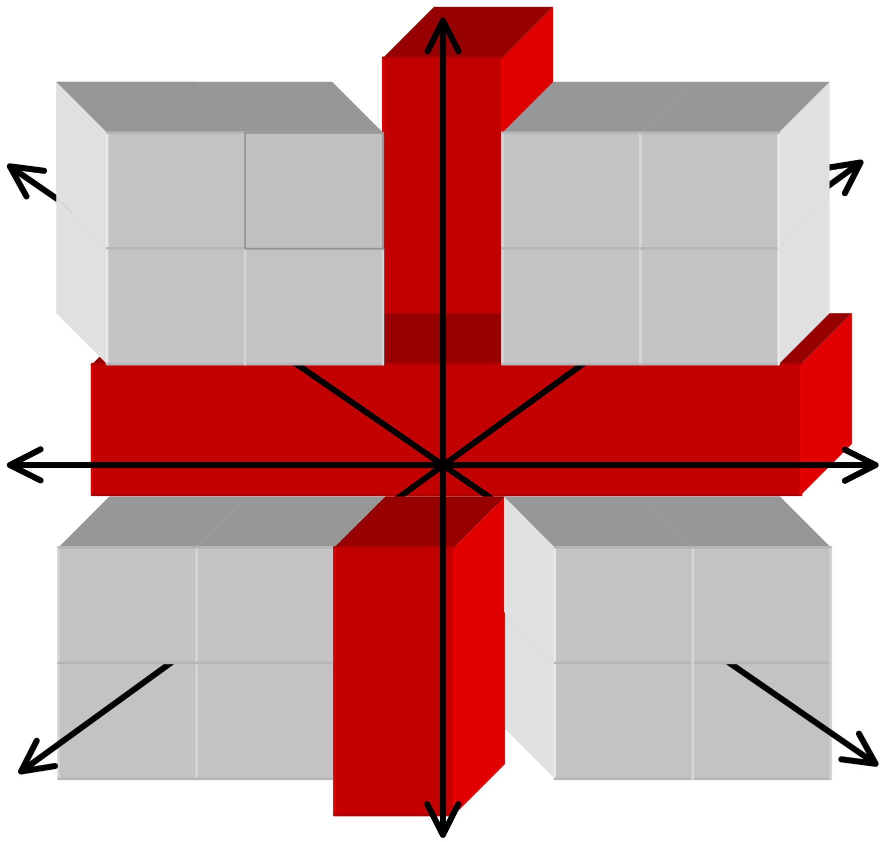
2. Eine einfache Überlegung sagt uns, dass in dem unten stehenden räumlichen Modell mit 4 Stiebingschen Zeichenkuben die semiotischen Dimensionen der quaternionären Subzeichen nur dann negativ sind, wenn auch ihr trichotomischer Stellenwert negativ ist. Wir erhalten damit im I. Quadranten semiotische Dualsysteme der folgenden Form:

3-DS(I) = (a.3.b c.2.d e.1.f) × (f.1.e d.2.c b.3.a)

Im II. Quadranten dagegen ist der triadische Hauptwert negativ, die restlichen Parameter sind positiv:

3-DS(II) = (a.-3.b c.-2.d e.-1.f) × (f.-1.e d.-2.c b.-3.a)

Man erkennt also, dass die Realitätsthematiken quaternionärer Zeichenklassen (ungleich den Realitätsthematiken komplexer Zeichenklassen, vgl. Toth 2007, S. 58) insofern nichtkomplementär sind, als den zeichenthematischen negativen triadischen Hauptwerten wiederum realitätsthematische negative triadische Hauptwerte entsprechen.



Im III. Quadranten sind sowohl der triadische Haupt- als auch der trichotomische Stellenwert negativ, und wegen letzterem ist auch die Dimensionszahl negativ:

3-DS(III) = (-a.-3.-b -c.-2.-d -e.-1.-f) × (-f.-1.-e -d.-2.-c -b.-3.-a)

Im IV. Quadranten schliesslich ist der trichotomische Stellenwert und mit ihm die Dimensionszahl negativ:

3-DS(IV) = (-a.3.-b -c.2.-d -e.1.-f) × (-f.1.-e -d.2.-c -b.3.-a)

Wenn man sich aber die Realitätsthematik von 3-DS(IV) anschaut, erkennt man nun aber zwischen Zeichen- und Realitätsthematik eine Komplementarität von Dimensionszahl und trichotomischem Wert einerseits und eine Komplementarität von trichotomischem Stellenwert und triadischem Hauptwert andererseits.

Für die 4 Quadranten haben wir also

Quadrant I: (dim(a, c, e))° = dim(f, d, b)
(trd(3, 2, 1))° = trd(1, 2, 3)
(trch(b, d, f))° = trch(e, c, a)

Quadrant II (dim(a, c, e))° = dim(f, d, b)
(trd(3, 2, 1))° = trd(-1, -2, -3)
(trch(b, d, f))° = trch(e, c, a)

Quadrant III: (dim(a, c, e))° = dim(-f, -d, -b)
(trd(3, 2, 1))° = trd(-1, -2, -3)
(trch(b, d, f))° = trch(-e, -c, -a)

Quadrant IV: (dim(-a, -c, -e))° = dim(-f, -d, -b)
(trd(3, 2, 1))° = trd(1, 2, 3)
(trch(-b, -d, -f))° = trch(-e, -c, -a)

3. Nach diesen theoretischen Vorbereitungen sind wir nun in der Lage, die pro Quadrant möglichen Zeichenklassen und Realitätsthematiken, kurz die möglichen quaternionären Dualsysteme zu bestimmen.

3.1. Quaternionäre Dualsysteme über 3-DS(I) = (a.3.b c.2.d e.1.f) × (f.1.e d.2.c b.3.a)

(a.3.1 b.2.1 c.1.1) × (1.1.c 1.2.b 1.3.a)
(a.3.1 b.2.1 c.1.2) × (2.1.c 1.2.b 1.3.a)
(a.3.1 b.2.1 c.1.3) × (3.2.c 1.2.b 1.3.a)
(a.3.1 b.2.2 c.1.2) × (2.1.c 2.2.b 1.3.a)
(a.3.1 b.2.2 c.1.3) × (3.1.c 2.2.b 1.3.a)
(a.3.1 b.2.3 c.1.3) × (3.1.c 3.2.b 1.3.a)
(a.3.2 b.2.2 c.1.2) × (2.1.c 2.2.b 2.3.a)
(a.3.2 b.2.2 c.1.3) × (3.1.c 2.2.b 2.3.a)
(a.3.2 b.2.3 c.1.3) × (3.1.c 3.2.b 2.3.a)
(a.3.3 b.2.3 c.1.3) × (3.1.c 3.2.b 3.3.a),

es gilt jeweils dim(a, b, c) ∈ {1, 2. 3}. Da wir zwischen dimensional homogenen und dimensional inhomogenen Zkln und Rthn unterscheiden können (vgl. Toth 2009c), ergeben sich also pro DS 3 homogene und 3! = 6 inhomogene, d.h. insgesamt 9 mal 10 = 90 quaternionäre Dualsysteme, und zwar, wie man leicht erkennt, in allen 4 Quadranten.

3.2. Quaternionäre Dualsysteme über 3-DS(II) = (a.-3.b c.-2.d e.-1.f) × (f.-1.e d.-2.c b.-3.a)

(a.-3.1 b.-2.1 c.-1.1) × (1.-1.c 1.-2.b 1.-3.a)
(a.-3.1 b.-2.1 c.-1.2) × (2.-1.c 1.-2.b 1.-3.a)
(a.-3.1 b.-2.1 c.-1.3) × (3.-2.c 1.-2.b 1.-3.a)
(a.-3.1 b.-2.2 c.-1.2) × (2.-1.c 2.-2.b 1.-3.a)
(a.-3.1 b.-2.2 c.-1.3) × (3.-1.c 2.-2.b 1.-3.a)
(a.-3.1 b.-2.3 c.-1.3) × (3.-1.c 3.-2.b 1.-3.a)
(a.-3.2 b.-2.2 c.-1.2) × (2.-1.c 2.-2.b 2.-3.a)
(a.-3.2 b.-2.2 c.-1.3) × (3.-1.c 2.-2.b 2.-3.a)

(a.-3.2 b.-2.3 c.-1.3) × (3.-1.c 3.-2.b 2.-3.a)
(a.-3.3 b.-2.3 c.-1.3) × (3.-1.c 3.-2.b 3.-3.a)

3.3. Quaternionäre Dualsysteme über 3-DS(III) = (-a.-3.-b -c.-2.-d -e.-1.-f) × (-f.-1.-e -d.-2.-c -b.-3.-a)

(-a.-3.-1 -b.-2.-1 -c.-1.-1) × (-1.-1.-c -1.-2.-b -1.-3.-a)
(-a.-3.-1 -b.-2.-1 -c.-1.-2) × (-2.-1.-c -1.-2.-b -1.-3.-a)
(-a.-3.-1 -b.-2.-1 -c.-1.-3) × (-3.-2.-c -1.-2.-b -1.-3.-a)
(-a.-3.-1 -b.-2.-2 -c.-1.-2) × (-2.-1.-c -2.-2.-b -1.-3.-a)
(-a.-3.-1 -b.-2.-2 -c.-1.-3) × (-3.-1.-c -2.-2.-b -1.-3.-a)
(-a.-3.-1 -b.-2.-3 -c.-1.-3) × (-3.-1.-c -3.-2.-b -1.-3.-a)
(-a.-3.-2 -b.-2.-2 -c.-1.-2) × (-2.-1.-c -2.-2.-b -2.-3.-a)
(-a.-3.-2 -b.-2.-2 -c.-1.-3) × (-3.-1.-c -2.-2.-b -2.-3.-a)
(-a.-3.-2 -b.-2.-3 -c.-1.-3) × (-3.-1.-c -3.-2.-b -2.-3.-a)
(-a.-3.-3 -b.-2.-3 -c.-1.-3) × (-3.-1.-c -3.-2.-b -3.-3.-a)

3.4. Quaternionäre Dualsysteme über 3-DS(IV) = (-a.3.-b -c.2.-d -e.1.-f) × (-f.1.-e -d.2.-c -b.3.-a)

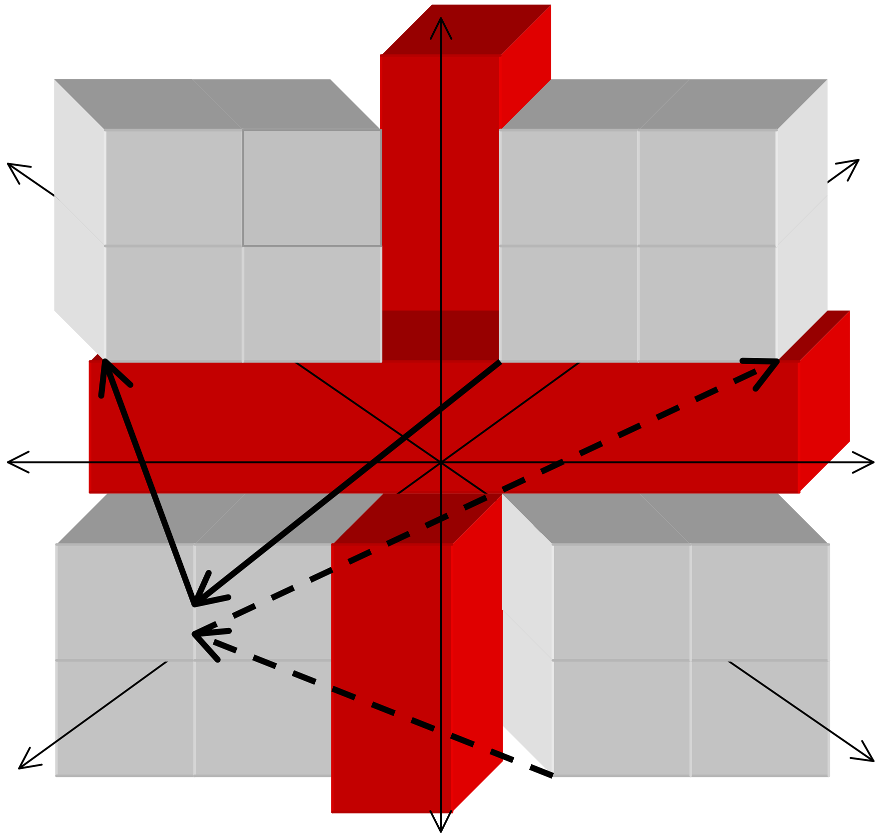
(a.3.1 b.2.1 c.1.1) × (1.1.c 1.2.b 1.3.a)
(a.3.1 b.2.1 c.1.2) × (2.1.c 1.2.b 1.3.a)
(a.3.1 b.2.1 c.1.3) × (3.2.c 1.2.b 1.3.a)
(a.3.1 b.2.2 c.1.2) × (2.1.c 2.2.b 1.3.a)
(a.3.1 b.2.2 c.1.3) × (3.1.c 2.2.b 1.3.a)
(a.3.1 b.2.3 c.1.3) × (3.1.c 3.2.b 1.3.a)
(a.3.2 b.2.2 c.1.2) × (2.1.c 2.2.b 2.3.a)
(a.3.2 b.2.2 c.1.3) × (3.1.c 2.2.b 2.3.a)
(a.3.2 b.2.3 c.1.3) × (3.1.c 3.2.b 2.3.a)
(a.3.3 b.2.3 c.1.3) × (3.1.c 3.2.b 3.3.a)

Dadurch, dass also 1. negative trichotomische Stellenwerte und negative Dimensionen einander gegenseitig bedingen, sind im IV. Quadranten keine anderen kombinatorischen Parametrisierungen möglich. Im I. und III. Quadranten gibt es per definitionem keine parametrische Variation. Im II. Quadranten schliesslich sind keine semiotischen Variablen, sondern die semiotischen Konstanten parametrisiert, weshalb kombinatorische Variation ebenfalls ausgeschlossen ist.

4. Allerdings kann man sich fragen, welchen semiotischen Stellenwert quaternionäre parametrische Dualsysteme wie etwa die folgenden haben:

a) 3-DS = (-a.3.-b c.-2.d e.-1.f) × (f.-1.e d.2.-c –b.3.-a)
b) 3-DS = (a.-3.-b –c.-2.d –e.1.-f) × (-f.1.-e d.-2.-c –b.-3.-a)
c) 3-DS = (a.3.b c.-2.-d e.-1.f) × (f.-1.e –d.-2.c b.3.a)

Wenn wir beispielsweise das 3-DS c) in unsere obige Graphik eintragen und dabei willkürlich für |dim(a) | = |dim(c)| = |dim(e)| = 1 und als 2-dim. Zkl = (3.1 2.2 1.3) setzen, dann bekommen wir:



Schwarz ausgestrichen sind also die quaternionären semiotischen Funktionsgraphen von (1.3.1 1.-2.-2 1.-1.3) × (3.-1.1 –2.-2.1 1.3.1), wobei die Realitätsthematik gestrichelt ist. Diese Funktionsgraphen gehören also nicht wie alle obigen nur 1, sondern > 1 semiotischen Kontextur an (vgl. Toth 2008, S. 82 ff.). Ferner involvieren sie mehrfache Kontexturübergänge und führen als solche durch das rot ausgemalte quaternionäre semiotische Niemandsland, obwohl sie dort ja per definitionem nicht definiert sind. Zeichenklasse und Realitätsthematik gehören (wie schon in mehreren Fällen der oben aufgeführten Beispiele) verschiedenen semiotischen Dimensionen an, die nun auch (wie bereits oben) negativ sein können. Ferner liegen Anfangs- und Endpunkte der Teilgraphen der Zeichen- und Realitätsfunktionen in allen vier semiotischen Kontexturen und damit auch in vier Dimensionen.

Ich breche hier die Beischreibung dieses **dimensional und kontextural inhomogenen** Beispiels an. Man kann aber anhand dieses einen Beispiel leicht erraten, welch mächtiges Instrument zur erkenntnistheoretischen Analyse ebenso wie zur kreationstheoretischen Synthese die quaternionäre Semiotik ist.

Bibliographie

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Kategorial- und Dimensionszahlen. In: Electronic Journal for Mathemtical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009a)

Toth, Alfred, Von der komplexen zur quaternionären Semiotik. In: Electronic Journal for Mathemtical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009b)

Toth, Alfred, Entwurf einer dreidimensionalen Präsemiotik. In: Electronic Journal for Mathemtical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009c)